PORCENTAGEM :

O que é preciso saber :

Símbolo : %
Significado qualquer número acompanhado desse símbolo (%) deverá ser imediatamente dividido por (100)
Ex 1:

$$20\,\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Observou que todo número percentual tem um equivalente fracionário ?
EX 2 : $25\,\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

EX 3 : $100\,\% = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = 1$ **(UM INTEIRO)**

atenção : porcentagem e fração não tem significado nenhum isoladamente isto é :
$20\,\%$, $30\,\%$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ não significa nada

Então lembre sempre disso :
"Porcentagem e fração precisam de um referencial"

Ex : (EX.1) 20 % De quê ?? (Ex.2) $\frac{3}{5}$ De quê ??

A preposição "de" acompanhada de fração ou porcentagem significa sinal de "multiplicação".

Ex.: **20% DE 30**
Traduzindo : $\frac{20}{100} \cdot 30 = 6$

Ex.: $\frac{2}{5}$ **de 20 % de 400**
Traduzindo: $\frac{2}{5} \cdot \frac{20}{100} \cdot 400 = 32$

Lembrete : quando a porcentagem ou fração não vierem acompanhada de um referencial ficará subentendido que o "**referencial"** será 1 (um inteiro).

Ex. : **20 %** - leia –se vinte por cento de um inteiro.

$\mathbf{\frac{2}{5}}$ – dois quintos de um inteiro

* lembrete qualquer fração poderá ser convertida em porcentagem

Ex. : $\mathbf{\frac{2}{5} \cdot 1 \quad \frac{2}{5} \cdot 100\,\% = 40\,\%}$

Ex. : **1 100 %**

Lembrete antes de aplicarrmos propiedades de multiplicação, potenciação e radição substitua o simbolo (%) ; isto é basta dividí-lo por "100"

Ex. : $\mathbf{400\% = \sqrt{\frac{400}{100}} = \sqrt{4} = 2 \text{ OU } 200\,\%}$

Ex : $\mathbf{(10\,\%)^2 = \left(\frac{10}{100}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100} \text{ OU } \frac{1}{100} \cdot 100\,\% = 1\%}$

Equacionando problemas:

O valor desconhecido vamos batizá-los de "x" você já observou que esse valor desconhecido sempre é acompanhado por pronomes:

Ex: qual o número , quanto é ...?

Os verbos indicam sinal de "igual" (=)
Ex. o valor de 32 é 80 de que número ?
portanto-

$$\underset{}{32} \overset{\text{(verbo)}}{=} 80\,\% \overset{\text{(de)}}{\cdot} \overset{\text{(qual nº)}}{X}$$

$$\overset{4}{\cancel{32}} = \frac{\cancel{80}}{10\cancel{0}} \cdot X$$

$$\frac{4}{1} = \frac{X}{10} \qquad X = 40$$

Ex. : Qual número corresponde a 40 % de 30 ?

(qual nº) (corresponde) (de)

$$X = 40\,\% \;.\; 30$$

$$X = \frac{40}{1\cancel{00}} \;.\; 3\cancel{0} \qquad X = 12$$

Ex. : O número 10 é que porcentagem de 40 ?

(verbo) (que %) (de)

$$1\cancel{0} = X\,\% \;.\; 4\cancel{0}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{X}{100} \qquad 4X = 100 \qquad X = 25\,\%$$

Ex.: Qual o número corresponde a 20% de 25% de 40

$$X = 20\% \;.\; 25\% \;.\; 40$$

$$X = \frac{20}{100} \;.\; \frac{25}{100} \;.\; 40$$

$$X = \frac{1}{5} \;.\; \frac{1}{4} \;.\; 40$$

$$X = \frac{40}{20} \qquad X = 2$$

Ex.1 : Sabendo se que R$ 500,00 representam x % de R$ 2.500,00 que 12 gramas são y % de 96 gramas, e que 1.200m² equivalem z % de 60 km²
calcule os valores de x, y e z.
Solução:

(verbo) (de)

$$500 = X\% \;.\; 2500$$

$$500 = \frac{X}{100} \;.\; 2500$$

$$500 = 25X$$

$$20 = X$$

(verbo) (de)

$$12 = Y\% \;.\; 96$$

$$12 = \frac{Y}{100} \;.\; 96$$

$$1 = \frac{8Y}{100}$$

$$Y = \frac{100}{8} = 12{,}5$$

(verbo) (de)

$$1.200m^2 = Z\% \;.\; 60Km^2$$

Transformando 60 km² = 60 (10 m)² onde “n” é a quantidade de casas que devemos deslocar : km m n = 3 então :
60 km² 60.(10 m)² = 60 (10^3 m^1)² = 60.10^6 m²

$$\cancel{1}200m^2 = \frac{Z}{100} \cdot \overset{5}{\cancel{60}} \cdot 10.000.000m^2$$

$$1 = \frac{Z}{1} \cdot 500$$

$$\frac{1}{500} = Z$$

Z = 0,002

Escala métrica

(Km / hm / dom / m / dm/ cm/ mm)

Ex. : 2,1 m³ - cm³ m = 2
2,1 . (10² . cm)³ = 2,1 . 10^6 cm³

Ex. : 3,42 . dm²- dom² m = 3
3,42 . (10^{-3} hm¹)²
3,42 . 10^6 hm² (volta 6 casas)
0,00000342 hm²
654321

Ex2: Uma pessoa pagou 20% de uma dívida. se R$ 4.368,00 correspondem a 35% do restante a ser pago, então a dívida total era de :
Solução:

$$\text{pagou} \overset{\text{(verbo)}}{=} 20\% \overset{\text{(de)}}{\cdot} d \text{ (dívida)}$$

$$\text{restante} \overset{\text{(verbo)}}{=} 80\% \overset{\text{(de)}}{\cdot} d$$

se 4368 = 35% . restante
substituindo a dívida restante por 80% . d então:

4368 = 35% . 80%D

$$4368 = \frac{35}{100} \cdot \frac{8\cancel{0}}{10\cancel{0}} D$$

$$4368 = \frac{28\cancel{0}}{100\cancel{0}} D$$

$$D = \frac{436800}{28} = 15.600,00$$

Ex3- De certa população, 12% de seus membros foram afetados por uma doença epidêmica das pessoas atingidas pela doença 20% morreram. qual a porcentagem da população que morreu vítima pela doença.
solução :

paf = pessoas afetadas pop = população
pm = pessoas que morreram

$$paf = 12\% \overset{(de)}{.} pop$$

$$pm = 20\% \overset{(de)}{.} paf$$

$$pm = 20\% \;.\; 12\%\ pop$$

$$pm = \frac{2\cancel{0}}{10\cancel{0}} \;.\; 12\%$$

$$pm = \frac{12}{5}\ \%\ pop$$

$$pm = 2,4\ \%\ pop$$

Ex.4- Na última eleição realizada numa certa cidade, 8/9 dos eleitores compareceram às urnas para votar se a população dessa cidade era de 91.440 habitantes, das quais 25% não votam.quantos eleitores se abstiveram de votar ?
Solução :

pop: 91.440 hab.

$$\text{compareceu} : \frac{8}{9} \;.\; \text{eleit.}$$

$$\text{não compareceu} : \frac{1}{9} \;.\text{eleit.}$$

não eleit. = 25% pop
eleit. = 75% pop

$$\text{então naõ compareceu} = \frac{1}{9} \;.\; \text{eleitores}$$

$$\text{não compareceu} = \frac{1}{\cancel{9}_{3}} \;.\; \frac{\cancel{75}^{3}}{\cancel{100}_{4}} \;.\; 91.440$$

$$\text{não compareceu} = \frac{91.440}{12} = 7620$$

Ex.5-Numa certa população 18% das pessoas são gordas, 30% dos homens são gordos e 10 % das mulheres são gordas.
Qual a porcentagem de homens e mulheres na população ?

Solução :

população = h + m
gordos = 18% pop
gordos = 18% (h + m)
tbém gordos = (30% h + 10% m)
então:
18% (h + m) = 30% h + 10% m
18% h + 18%m = 30% h + 10%m
8% m = 12% h
2m = 3h

$\frac{m}{h} = \frac{3}{2}$

$\frac{m+h}{h} = \frac{3+2}{2}$

$\frac{pop}{h} = \frac{5}{2}$

$h = \frac{2}{5} \cdot 1$ (pop) *obs : 1 (inteiro) = 100%*

$h = \frac{2}{5} \cdot 100\%$ pop

h= 40%

Lembrete

se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

então $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Ex.6- O número de eleitores que compareceram a seção eleitoral foi 4.000 , se 4% dos eleitores tivessem mudado de voto 9 (votando no partido perdedor) o partido derrotado teria 50% dos votos mais um. quantos votos obteve cada partido ?
solução

ganhou = (400 – x) votos
perdeu = x votos
se 4% 4.000 = 160 votos é transferido para o perdedor.
quem ganhou = 3840 – x
quem perdeu = x + 160
então quem perdeu $\overset{\text{(teria)}}{=}$ 50% . 4.000 + 1
x + 160 = 2001
perdeu : x = 1841
ganhou = 4.000 – 1841
o partido que ganhou = 2159

Ex.7-Suponhamos que, para uma dada eleição uma cidade tivesse 18.500 eleitores inscritos. suponhamos ainda que para essa eleição, no caso de se verificar um índice de abstenções de 6% entre os homens e 9% entre as mulheres, o número de votantes de sexo masculino será exatamente igual ao feminino. determine o número de eleitores inscritos da cada sexo.

Solução :

nº eleit. = 18.500
nº eleit. homens = 94% .h
nº eleit. mulheres = 91% .m
foi dito = 94% h = 91% m

$$\frac{h}{m} = \frac{91}{94}$$

total de eleit.

$$\frac{h + m}{m} = \frac{91 + 94}{94}$$

$$\frac{\cancel{18.500}}{m} = \frac{\cancel{185}}{94}$$

$$\frac{100}{m} = \frac{1}{94}$$

m = 9.400

h + m = 18.500
h + 9.400 = 18.500
h = 18.500 – 9.400
h = 9.100

“Lembrete”

se $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$

se somarmos 1 em cada membro $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

$\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$ **propiedade**

ex : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2 + 3}{3} = \frac{4 + 6}{6}$

Ex.8- A porcentagem de fumantes de uma cidades é 32% em cada 11 fumantes deixarem de fumar, o número de fumantes ficará reduzido a 12.800. calcule :
O número de fumantes e o número de habitantes da cidade

Solução:

$$\frac{(11-3)}{11} \cdot F = 12.800$$

Sabemos que f = 32% . população

$$\cancel{17}.600 = \frac{\cancel{32}}{100} \cdot pop$$

$$550 = \frac{pop}{100}$$

pop = 55.000

Ex.9-: Numa pesquisa eleitoral, o sr. x candidato a governador de um estado, obteve 21% dos votos. a mesma pesquisa mostrou que a porcentagem de eleitores indecisos, 80% não votam no sr.x de jeito nenhum. se o número total de eleitores e de 100.00.000, qual o número máximo de votos que o sr. x poderia obter na eleição de acordo com tal pesquisa ?
Solução :

votos garantidos: 21% do total dos 33% indecisos 20% podem votar no sr. x
(dos)
então 20% . 33% total
o nº máximo de votos será:
21% . t + 20% . 33% t

$$\frac{21}{100} + \frac{1}{5} \cdot \frac{33}{100}$$

$$\frac{105 + 33}{500} \cdot 1.000.000$$

nº máximo votos = 2.760.000

Ex.10- ao responder um teste um aluno acertou 20 das 30 primeiras questões, e errou 64% do número restante. feita a correção verificou-se que o total de acerto correspondia a 47,5% do número de questões propostas.qual o total de questões desse teste ?
Solução

seja (n) o número total de questões que nos foi fornecida o total o total de questões certas que é 47,5% . n . então a soma das questões certas.
certas = 20 + 36%(n – 30) erradas = 10 + 64% (n – 30)
20 + 36% (n – 30) = 475% . n
20 – 36% .30 = 47,5%.n – 36%n
9,2 = 11,5%n
n = 80 questões

Ex.11- Num grupo de 2.000 adultos apenas 20% são portadores do vírus da hepatite b. os homens desse grupo são exatamente 30% do total e apenas 10% das mulheres tem o vírus. o número total de homens desse grupo que não apresentam o vírus é exatamente.

Solução

(dos)

grupo = 2.000

portadores = 20% . 2.000

port.= 400

de

h = 30% . 2.000

h = 600

m.port.= 10% . 400

m.port = 40

m.port. + h.port = 400

h.port = 400 – 40

h.port = 360

h.port + h.normal = 600

360 + h.normal = 600

h.normal = 240

Ex.12- numa cidade, 40% da população é composta de obesos, além disso, da população de obesos, 40% são mulheres obesas, em relação ao total da população :

Solução

mob = 40% . ob

ob = 40% pop

mob = 40% . 40%pop.

mob = $\frac{40}{100}$. 40% pop

mob = 16% pop

Ex.13- Um lote de livros foi impresso em duas tipografias “a” e “b”, sendo que “a” imprimiu 70% dos livros e “b” imprimiu 30% do total.sabe-se que 3% dos livros impressos em “a” e 2% dos livros impressos em ”b” são defeituosos. qual a porcentagem de livros defeituosos?

Solução

ta = 70% . l

tb = 30% . l

da = 3% .ta

da = 3% . 70% l

db = 2% . tb

db = 2% . 30% .l

d.total = 3% . 70% . l + 2% .30% .l

d.total = 2,1%. l + 0,6 % .l

d.total = 2,7% l

Aumentos sucessivos

Seja uma quantia inicial de “x”, se aumentarmos “x” de i , sem valor final será:

x + xi % ou x (1 + i)

Se aumentarmos **x (1 + i)** de i , obtemos **x (1 + i) + x (1 – i)** e colocando **x (1 + i)** em evidência **x (1 + i) (1 + i)**

Conclusão
Quando aplicamos um único aumento, x fica multiplicado por (1 + i), no 2º aumento sucessivo x fica multiplicado por $(1 + i\ \%)^2$ e assim sucessivamente, isto é em “n” aumento obtemos x (1 + i)

Descontos sucessivos

A linha de raciocínio é a mesma.

Se sobre “x” aplica-se um desconto de i %

x- xi   x (1 – i)

Se sobre x (1-i) aplica-se um desconto de i%, obtemos :

x (1 – i) – x (1 – i).i

Colocando x (1 – i) em evidência

x (1 – i) (1 – i)

Sendo a taxa a mesma obtemos **= $x\ (1 - i)^2$** e assim sucessivamente.

Ex.1 – Uma certa mercadoria que custava r$ 12,50, teve um aumento passando a custar r$ 13,50 . a majoração sobre o preço antigo é :

Solução

$12{,}50\ (1 + i) = 13{,}50$

$1 + i = \dfrac{13{,}50}{12{,}50}$

$i = \dfrac{13{,}5}{12{,}50} - 1$

$i = \dfrac{13{,}5 - 12{,}5}{12{,}5}$

$i = \dfrac{1}{12{,}5}$

i = 0,08   ou 8%

Ex.2 – Uma mercadoria teve seu preço acrescido de 10%, tempos depois esse novo preço

sofreu um desconto de 10%. denotando –se por pi (preço inicial) e pf (preço final), tem-se
Solução
pi preço inicial lembrete
preço com aumento = pi (1 + 10%) 1 = 100%
pi (100 + 10%)
pi (110%) este valor sofreu desconto de 10%
pi 110% - 10% pi 110%
pi 110% (100% -10%)
pi 110% . 90%
pi $\frac{9900\%}{100}$ = pf
pi = 99% = pf

Lembrete

Em aumentos e descontos sucessivos é preferível

multiplicarmos pelos (1 + i) e (1 – i)

veja pi 110% . 90% = pf

pi 99% = pf

Ex.3- A casa do sr. rafael foi adquirida através do sistema financeiro de habitação. a prestação mensa de sua casa aumentou 30% , mas, por recurso judicial a partir deste mês aquele que pagar até o 5º dia útil do mês tem o direito a um desconto de 20%, se o sr. rafael pagar sua casa no dia (02) o aumento real sobre a prestação do mês anterior foi de ?
Solução

x (100% + 30) (100% - 20) = x (100% + i)
130% . 80 = 100% + i
104% = 100% + i
i = 4%

Ex.4 – Um concurso desenvolvido em 3 etapas sucessivas e eliminatórias, eliminou 30% dos “k” candidatos iniciais na 1º etapa, 20% dos remanescentes na 2ª etapa e 25% dos alunos que ainda permaneceram na 3ª etapa. assimcumpridas as três etapas, a porcentagem de “k” que permaneceu é:

Solução:

k (100% -30) (100% - 20%) (100% - 25%)

k 70%. 80% . 75%

k $\frac{5600\%}{4} . \underline{3}$

42% k

Ex.5- Um produto de preço inicial”x”, sofre dois descontos sucessivos de k% de modo que no seu preço final se tinha um desconto de 19% sobre “x” .o valor de k é:

Solução :

p. final = x (100% - k %) (100% - k%)
p. inicial = x desconto = 19% x
p.inicial – p. final = desconto
x – x (1 – k) (1- k) = 0,19x
-x (1 – k)² = - x + 0,19x
-x (1 – k)² = - 0,81.x
$1 - k = \underline{+}\ 0,81$
$1 - k = \underline{+}\ \frac{81}{100}$
$1 - k = \underline{+}\ \frac{9}{10}$
$k = 1 \underline{+} \frac{9}{10}$ 1,9 . 1 = 190%
$k = \frac{10 + 9}{10}$

0,1.1 = 10%

resposta k= 10% de desconto sobre x

Ex.6 – Sobre o preço de um carro importado incide um imposto de importação de 30%, em função disso, o seu preço para importado é de r$ 19.500. supondo que tal importado passe de 30% para 60%, qual será em reais, o novo preço do carro, para o importador ?
Solução

preço do carro = “x” sobre novo imposto de 60%
x (100% + 30%) = 19.500 x = 15000
$x. \frac{130}{100} = 19.500$ 15000 (100% + 60%) = 15000 + 60% = 24000
x = 15.000

Ex.7- Julgue os itens abaixo :
a) As ações de uma certa companhia subiram 25% ao mês durante dois meses consecutivos e baixaram 25% ao mês em cada um dos dois meses seguintes. então, ao final dos quatros

meses, as ações estavam valendo o mesmo que no inicio.
Solução
p i = po
po (100% + 25%) (100% + 25%) (100% -25%) (100%-25%).pf

$$po \; \frac{125}{100} \cdot \frac{125}{100} \cdot \frac{75}{100} \cdot \frac{75}{100} = pf$$

$$po \; \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = pf$$

$$po \; \frac{225}{256} = pf = pf \quad po$$

b) Um operário que gasta 30% do seu salário em aluguel, se o aluguel aumentar 40% e o salário aumentar apenas 20%, o novo aluguel corresponderá a mais de 40% do novo salario.
Solução

a1 = 30% . s1
a2 = 140% .a1
s2 = 120% . s1
a2 = x .s2

substituindo a2 e s2
a2 = x . s2
140% . a1 = x .140% . s1

$$\frac{140\%}{120\%} \cdot \frac{a1}{s1} = x$$

$$\frac{7}{6} \cdot 30\% = x$$

x = 35% 35% < 40%

Ex.8- Num certo país,10% das declarações de imposto de renda são suspeitos e submetidos a uma análise detalhada, entre essas verificou-se que 20% são fraudulentas, entre as não suspeitas, 2% são fraudulentas.

Se uma declaração é escolhida ao acaso, qual a probabilidade dela ser suspeita e fraudulenta?
Solução

susp.= 10% .total
fraud. = 20% . susp
fraud. = 20% . 10%t
fraud. = 2%.t

b)se uma declaração é fraudulenta.qual a probabilidade dela ter sido suspeita.
solução

sendo ela suspeita 2%.t
sendo ela não suspeita 2%(90% t) = 1,8% t
então a probabilidade dela ser fraudulenta:

fraud.= 2%.t + 1,8 .t = 3,8%.t

$$\text{então} \; \frac{\text{fraud. suspeita}}{\text{fraud}} = \frac{2\%}{3,8\%} = 52,63\%$$

Ex.9- Certa agência oferece diversos pacotes turísticos a seus clientes. considere que um desses pacotes, que inclui tanto as passagens aéreas quanto a parte terrestre (hotéis, passeios e translados), esta última representa 60% do preço final. se as companhias aéreas oferecesse 60% de desconto nas passagens seria possível reduzir o preço desse pacote em:
solução

parte terrestre = 60% . t(total)
pass. aéreas = 40%. t

oferecendo desconto somente nas passagens aéreas:
solução

desconto de 60% passag.
obtemos = 40% (100% - 60%).t
p. final aéreo = 40% . 40% . t
p.final aéreo = 16% .t
então o preço pago no pacote aéreo

$$\underbrace{16\%.t}_{\text{aéreo}} + \underbrace{60\% t}_{\text{terrestre}} = 76\%$$

se o preço antes gasto era 06 t dando um desconto único teremos

i (1 – i) = 0,76 i
i = 1 – 0,76   i = 0,24   i = 24%

Ex.10- Dona Magaly aplicou, no início do ano, 25% de suas economias em caderneta de poupança, e o restante em um fundo de ações. após 1 ano a rentabilidade da caderneta de poupança foi de 16% e a do fundo de ações 26%.

Se o saldo da caderneta de poupança, após um ano foi de 29.000,qual o valor da aplicação na caderneta de poupança?
solução

c.p = caderneta poupança
fa = fundo ações
início = c.p + fa
final = c.p(100% 16%) + fa(100% +26)
final = 116% cp + 126% fa

após um ano saldo (montante) 29.000 na caderneta de poupança.

116% cp = 29000

$\frac{116}{400}\%$ cp = 29000

cp = 25000

cp = 25% (total aplicado)

25.000 = $\frac{25}{100}$ .t

t = 100.000

Ex.11- O preço de uma mercadoria subiu 25%. calcular a porcentagem de que se deve reduzir o seu preço atual para que volte a custar o que custava antes do aumento.

Solução

antes = x

preço atual = (100 – i) = 1 x

x. 125 % (100% - i) = x

100% i = $\frac{100}{125}$

100% - i = $\frac{4}{5}$ .100%

100% - i = 80%

i = 20%

Ex.12- Em certa ocasião o preço do petróleo teve um aumento de 60%. um país que pretende manter inalterado o total de seus gastos com importação desse produto deveria reduzir o volume de suas importações em :

Solução

v = volumes em litros importado

p = preço unitário

c = custo

v.p =c

v.(1 – i) p (1 + 0,6) = c2

vp = c1 = c2

vp=v.(1 – i) p(1,6)

1 = $\frac{16}{10}$ (1 – i)

1 = $\frac{5}{8}$ = i

1 = $\frac{3}{8}$. 100%

i = 37,5%

Ex.13- Um comerciante deseja realizar uma grande liquidação anunciando x% de desconto em todos os produtos antes da liquidação.

a)De que porcentagem (p) devem ser aumentados para que depois do desconto, o comerciante receba valor inicial das mercadorias ?

$x\,(100\% + p)\,(100\% - d) = 1x$

$(1 + p)\,(1 - d) = 1$

$1 + p = \dfrac{1}{1-d}$

$p = \dfrac{1}{1-d} - 1$

$p = \dfrac{1 - 1 + d}{1-d}$

$p = \dfrac{1d}{1-d}$ substituindo 1 (inteiro) por 100%

$p = \dfrac{100\%\, d}{100\% - 100d}$

Ex14- No início do mês, João poderia comprar m kg de feijão, se gastasse todo seu salário nessa compra durante o mês o preço do feijão aumentou 30% e o salário de João aumentou 10% no início do mês seguinte, se gastasse todo seu salário nessa compra, João só poderia comprar x% das m kg de feijão. calcule x.

Solução

quantidade = m.kg
preço unitário = p
salário joão = s
s = p . m

p2 = p (100% + 30%)
p2 = 130 % . p
s2 = (100% + 10%).s
s2 = 110% s

s2 = x . p2
110% . s = x (130%).p

$\dfrac{110\%}{130\%} \cdot \dfrac{s}{p} = x$ como $\dfrac{s}{p} = m$

$\dfrac{11}{13} \cdot m = x = \dfrac{11}{13} \cdot 110\%\ m = x$

x = 84,62% m

Ex15- Um individuo ao engordar passou a ter 38% a mais em seu peso. se tivesse engordando de tal maneira a aumentar seu peso em apenas 15% estaria pesando 184 kg a menos. qual era seu peso original?

Solução

po = peso inicial
pf = (100% + 38%) po
pf = 138%.po

pf2 = (100% +15%) po
pf2 = 115% .po
pf1 – pf2 = 18,4 kg

$138\%.po - 115\% \, po = 18{,}4kg$

$23\% \, . \, po = 18{,}4kg \qquad po = 80kg$

Ex.16- O aumento do salário mínimo determinado pelo presidente, de dez pontos percentuais acima do inpc semestral de 70,25% corresponderá um aumento real do salário mínimo de:
Solução:

so = salário inicial
após o aumento de 70,25%
$s_1 = so\,(100\% + 70{,}25)$
$s_1 = 170{,}25.s$

com 10% acima do inpc
$s_2 = so\,(100\% + 80{,}25\%)$
$s_2 = 180{,}25\%.so$
$s_1\,(100\% + i\,) = s_2$
$170{,}25\%\,(100\% + i) = 180{,}25$
$100\% + i = \dfrac{180{,}25}{170{,}25} \, . \, 100\%$
$100\% + \; i = 105{,}88\% \qquad i = 5{,}88$

Lucro sobre o custo

Lembrete
o lucro é a diferença do preço de venda com o p0reço de custo
$v - c = l$

O lucro é relativo ao custo ou a venda???
Por isso temos sempre que especificá-lo.

$v - c = lc$ ou $v - c = lv$

Obs : quando não vier explícito o tipo de lucro então fica subentendido que será “ lucro sobre custo”

Ex.1- Um lucro de 30% sobre o preço de venda de uma mercadoria, que porcentagem de lucro representa sobre o preço de custo?
Solução :

$lv = 30\%$
$v - c = 30\% \, .v$
$v - 30\% \, . \, v = c$

$100\%\, v - 30\%.v = c$
$70\%\, .v = c$
$v = \frac{c}{70\%}$
$v - c = l.c$
$\frac{c}{70\%} - c = lc$
$\frac{100c - 70\%c}{70\%} = l.c$
$\frac{30\%.c}{70\%} = l.c$
$\frac{3}{7}\, .100\%.c = lc$
$lc = 42{,}866$

Ex.2- Um vendedor ambulante vende seus produtos com um lucro de 50% sobre o preço de venda. então seu lucro sobre o preço de custo é de :
Solução

$v - c = l.v$
$l.v = 50\%.\, v$
$v - c = 50\%\, v$
$100\%\, v - 50\%\, v = c$
$50\%\, v = c$
$v = \frac{c}{50\%}$

então $v - c - lc$
$\frac{1c}{50\%} - c = lc$
$\frac{100\%c - 50\%}{50\%} = lc$
$\frac{50\%}{50\%}\, c = lc$

$lc = 1$ $\quad lc = 100\%$ $\quad l = c$

Desconto sobre o preço de tabela

Já foi dito que $v - c = l$, e que o lucro pode ser sobre o custo,
então : $v - c = lc.$ e que o $lc = x\%\, .\, c$

Sendo o lucro sobre a venda

$v - c = l.v$ e $l.v = x\ \%\ v$

$v - c = x\ \%\ .v$

Se houver desconto sobre o preço de tabela (venda)
$(l - d)\ v - c = l$ lc ou lv

Se houver um desconto sobre o custo
$v - (1 - d)\, .\, c = l$ lc ou lv

Ex.1 – Numa loja, para um determinado produto, a diferença entre o preço de venda solicitado e o preço de custo é 3.000
se esse produto for vendido com 20% de desconto, ainda assim dará um lucro de 30% a loja. então a soma, entre os preços de venda e de custo é ?
Solução :

$v - c = lc$

i) $v - c = 3.000$

$(100\% - 20\%)\, v - 100\%\, c = 30\%.c$

$80\,\%\, v - 100\%.c = 30\%.c$

$80\% = 130\%.c$

$8\, v = 13\, c$

ii) $\frac{v}{c} = \frac{13}{8}$

relacionando i e ii

$\frac{v - c}{c} = \frac{13 - 8}{8}$

$\frac{3.000}{c} = \frac{5}{8}$ $c = \frac{24000}{5}$

$v - 4800 = 3000$

$v = 7800$

$v + c = 12.600$

Ex.2- Desejo comprar um aparelho à vista, mas a quantia que possuo corresponde a 80% do preço “p” do aparelho. o vendedor ofereceu-me um abatimento de 5% no preço, mesmo assim faltaram R$ 84,00. os valores “p” e “q” são respectivamente?
Solução

$q = 80\%\, .\, p$

$p\,(100\% - 5\,\%) - q = 84$

$95\%.p - q = 84$

$95\%.p - 80\%\, .p = 84$

$15\%p = 84$

$p = 560$

$q = 80\%\, .p$

$q = 80\%\, .560$

$q = 448$

Prejuízo sobre a venda.

Havendo prejuízo podemos considerar o prejuízo como lucro negativo : $v - c = -p$ ou usando o obvio
Havendo prejuízo o custo torna-se maior que a venda:

$$c = \; v = \; p$$

Seria o mesmo que multiplicássemos (-1) à equação.

$v - c = - p \ (-1)$
$-v + c = p$

Duas mercadorias de custo : c1 e c2 , comercializadas com lucro “l” e prejuízo “p” sobre seus respectivos custos e vendidas pelo mesmo valor.

$$\begin{cases} vt = v + v \\ vt = 2v \end{cases}$$

$$\begin{cases} v- c1 = l.c \\ c2 - v = pc \end{cases} \qquad \begin{matrix} lc = x\% \ c1 \\ pc = y\% \ c2 \end{matrix}$$

$c2 - v = y\% \ c2$
$c2 \ (1-y\%) = v$
$$c2 = \frac{v}{(1 - y\%)}$$

$v - c1 = x\% \ c1$
$v = c1 \ (1 + x\%)$
$$c1 = \frac{v}{1 + x\%}$$
$c1 + c2 = ct$
$$\frac{v}{(i + x \%)} + \frac{v}{(1 - y\%)} = ct$$

$$\frac{v.(i + x\% + 1 - y\%)}{(1 + x\%) \ (1 - y\%)} = ct$$

$$v = \frac{(1 + x \%) \ (1 - y\%) \ . \ ct}{2 + x\% - y\%}$$

$$\begin{cases} vt - ct = lt \\ vt = 2v \end{cases}$$

$2 \ v - ct = lt$

$$\frac{2 \ (i + x\%) \ (1-y\%). \ ct - ct = lt}{2 + x\% -y\%}$$

$$\frac{(2 + 2x\% - 2y\% - 2x\% \ . \ y\% - 2 - x\% \ +y\%).ct}{2 + x\% - y\%} = lt$$

$$lt = \frac{(x\% - 3y\% -2x\%y\%).ct}{2 + x\% - y\%}$$
Ex. 2 – Uma agência de automóveis vendeu dois veículos por preços iguais, sendo o primeiro com lucro de 30% sobre o preço de custo, e o segundo com um prejuízo de 30% sobre o preço de custo.então relativamente ao custo total dos veículos a agência teve lucro ou prejuízo?
Solução

$x = \underline{l\% - p\% - 2 \ .l\% \ . \ p\% \ . \ ct}$

$$2 + l\% - p\%$$

$$x = \frac{0,3 - 0,3 - 2(0,3)(0,3).\,ct}{2 + 0,3 - 0,3}$$

$$x = \frac{\cancel{-2}(0,3)(0,3).ct}{\cancel{2}}$$

$x = 0,09.ct\ .\ 1$

$x = -\ 0,09.ct\ .\ 100$

$x= -9\%\ .ct$ (prejuízo 9% sobre o custo total)

Ex.3- A diferença entre o preço de venda anunciado de uma mercadoria e o preço de custo é igual a 2000. se uma mercadoria for vendida com um desconto de 10% sobre o preço anunciado dará ainda um lucro de 20% ao comerciante.
determine o preço de custo.
Solução :

$100.v - 100c = 2000$

$(100\% - 10\%)v - 100\%c = 20\%.c$

então ; i $v - c = 2000$

$0,9.v - c = 0,2\ c$

$0,9.v = 1,2.c$

$3v = 4.c$

$$v = \frac{4.c}{3}$$

substituindo em i

$v - c = 2000$

$$\frac{4.}{3}c - c = 2000$$

$4.c - 3.c = 6000$

$c = 6000$

Ex4- Uma certa mercadoria é vendida nas lojas (a e b). sendo
R$ 20,00 mais cara em (b). se a loja (b) oferecesse um desconto de 10%, o preço nas duas lojas seria o mesmo. qual é o preço da loja (a)?

Solução

i) $vb = va + 20,00$
$(100\% - 10\%)\ vb = 100\%.va$
$90\%\ vb = 100\%\ va$
$$vb = \frac{10}{9}.\ va$$

substituindo em i
vb = va + 20,00
$\frac{10}{9}$. va = va + 20,00
10 va = 9 va + 180,00
va = 180,00

Ex.5 - Foi contratado o trabalho de um encanador na base de cr$900,00 por dia no contrato foi estabelecida uma multa de cr$200,00 por dia de falta ao serviço. depois de 18 dias o trabalho foi concluído e o encanador recebeu liquido cr$ 10.856,00 descontados 8% do imposto de renda. quantos dias o operário faltou ao serviço ?
Solução

A diferença dos dias trabalhados com a multa resulta no valor sem os 8% de desconto.

y. (100% - 8%) = 10856
92%y = 10856
y = 11800

trabalhou = (18 x) dias faltou x dias
valor ganho por dia = 900 (18 – x) perde = 200

então
900 (18 – x) – 200x = 11800
16200 – 900x – 200x = 11800
1100x = 4400
x = 4 dias de falta

Ex.6- Um pecuarista comprou algumas reses em três etapas diversas, totalizando 850 cabeças de gado. pagou na primeira compra R$ 40,00; na segunda R$ 70,00 , e na terceira, cuja quantidade de reses adquiridas correspondem ao triplo da segunda, pagou R$ 100,00 por cabeça.
se vendem todo o gado com um lucro liquido de 22,5% sobre o custo e recebeu R$ 15.210,00 de lucro, o número de reses adquirida na segunda etapa será de ?

Solução :
quantidade x preço unitário = custo

a + b + c = 850
40 a + 70 b + 100 (3r) = custo

l = 22,5%

$15210 = 22{,}5.c$
$c = 67.600$

$$\begin{cases} a + b + 3b = 850 \\ 40\,a + 370\,b = 67600 \end{cases} \qquad \begin{cases} a + 4b = 850 \\ 40\,a + 370\,b = 67600 \end{cases}$$

$-40\,a - 160b = -34000$
$40\,a + 370\,b = 67600$
$210\,b = 33600$
$b = 160$

Ex.7-Chama-se margem de contribuição unitária a diferença entre o preço unitário de venda e custo unitário de um produto. se o preço unitário de venda é (p) e o custo unitário é (c).

a) Qual o valor (c) sabendo – se que a margem de contribuição unitária é 10% do preço de venda ?
Solução

$p - c = mcu$
$mcu = 10\% \,.\, p$

$p\text{-}c = 10\% \,.\, p$
$100\%.p - c = 10\%$
$c = 90\%.p$

a) Se a margem de contribuição unitária for 30% do preço de venda, qual a margem de contribuição unitária em porcentagem do custo unitário ?

Solução :

$$\begin{cases} mcu = 30\%.p \\ p - c = mcu \\ p = mcu + c \end{cases}$$

$mcu = 30\%\,(mcu + c)$
$100\%\; mcu = 30\%\; mcu + 30\%c$
$70\; mcu = 30\%c$
$mcu = \frac{3}{7}\, c\; .100\%$
$mcu = 42{,}86\%$

Ex.8- Um comerciante comprou 2000 blusas de lã pelo preço unitário de x reais. no iicio do inverno vendeu 2/ 5 do número total de blusas, com lucro de 25% sobre o preço de compra. entretanto com o inverno atípico deste ano, não estava conseguindo vender o resto do estoque, resolveu fazer então uma liquidação e conseguiu vender todas as blusas restantes, mas com prejuízo de 10% em relação ao preço de compra.
O total arrecadado foi de 31200. calcule o preço unitário (x) no inicio de venda .

Solução :

custo = quantidade (x) preço unit.
c = 2000.x
c1 = $\frac{2}{5}$. 2000.x
c1 = 800x

v1- c1 = lc1
v1 = c1 + 25%.c
v1 = 125% c1
v1 = $\frac{5}{4}$. 800.x
v1= 1000.x

c2 = 2000.x – 800.x
c2 = 1200.x

v2 – c2 = l.c2
v2 = c2 – lc2
v2 = 100% c2 – 10% c2
v2 = 90% c2
v2 = 90% . 1200.x
v2 = 1080.x

equação geral
v1 + v2 = 31200
1000.x + 1080.x = 31200
2080.x = 31200
x = 15,00

Ex.1- O metal usado para cunhagem de certas moedas é constituído por uma liga de ouro e prata. que massa de prata deve ser adicionada a 200kg de uma mistura que encena 25% de ouro para que a liga final contenha apenas 20% de ouro?
Solução :

m = 200kg
m.prata = 75%.200
m.prata = 150kg
m.g = 50kg

então
1m.prata + 150 = 80% (200 + mp)
100%mp + 150 = 160 + 80%mp
20%mp = 10
$\frac{1}{5}$ mp = 10
mp = 50kg

Ex.2- Certa liga contém 20% de cobre e 5% de estanho. quantos quilos de estanho devem ser adicionados a 100kg dessa liga para obtenção de uma outra liga com 30% de cobre e 10% de estanho ?
Solução :

(20 + 1mc) = 30% (100 + mc + me)
20 + 100%mc = 10 + 10%mc + 10%me
- 10mc + 90%me = (5) .(7)

-70% mc + 630me = 35

$$\begin{cases} 70\%mc - 30\%me = 10 \\ -70\%mc + 630\%me = 35 \end{cases}$$

600%me = 45
6me = 45
me = 7,5kg

70%mc – 30%(7,5) = 10
70%mc – 2,25 = 10
70%mc = 12,25

$mc = \frac{12,25}{0,7}$

mc = 17,5kg

Ex.3- Um recipiente contém uma mistura de leite natural e de leite de soja num total de 200lts, das quais 25% são leite natural.
qual é a quantidade de leite de soja que deve ser acrescentada a essa mistura para que ela venha conter 20% de leite natural ?
Solução :

ln = 25%. 200
ln = 50l

logo ls = 150ml

se 20% é ln então 80% será ls

que quantidade (ls) devemos acrescentar aos 150l ls já existente para que esta soma seja igual a 80% da mistura (200 + ls)

150 + 1 ls = 80% (200 + ls)
150 + 100% ls = 160 + 80%ls
20%ls = 10

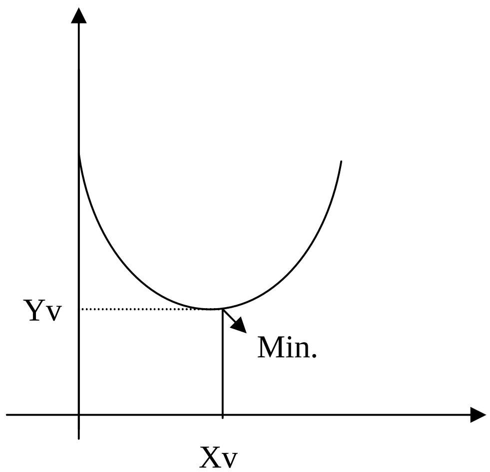
$\frac{1}{5}.ls = 10$

ls = 50 l

Porcentagem envolvendo máximo e mínimo

sendo: $f(x) = ax^2 + bx + c$

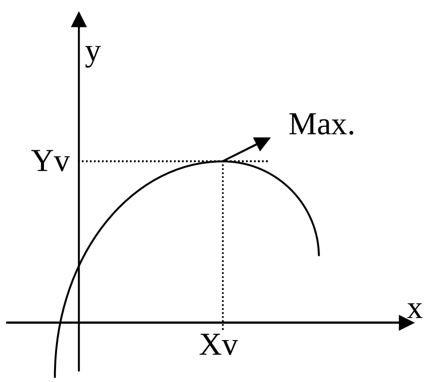
se a > 0, isto é a (+) então temos ponto mínimo onde $xv = \frac{-b}{2\,a}$ $yv = \frac{-\,(b^2 - 4ac)}{4a}$



domínio x   0

se a < 0 isto é a (-) então temos ponto máximo

onde $xv = \frac{-b}{2\,a}$ e $yv = \frac{-\,(b^2 - 4ac)}{4\,a}$



domínio x   0

Ex. 1- O valor em reais de uma pedra semi-preciosa á sempre numericamente igual ao quadrado de sua massa, em gramas infelizmente uma dessas pedras de 8 gramas caiu e se partiu em dois pedaços. o prejuízo foi o maior possível em relação ao valor original, o prejuízo foi de ?
Solução:

pedra = 8g
caiu e dividiu-se em duas partes
parte inteira = 8
parte maior = $8 - x$
parte menor = x
valor da pedra inteira = 8^2
valor da pedra maior = $(8 - x)^2$
valor da pedra menor x^2

prejuízo = $64 - [(8 - x)^2 + x^2]$
prej.= $64 - 64 + 16x - 2x^2$
prej. = $-2x^2 + 16x$
sendo $a < 0$ temos o ponto máximo

$xv = \frac{-b}{2a}$ $\quad xv = \frac{-16 \cdot 4}{-2.(2)}$

sendo conhecido (xv) não é necessário calcular (yv) pela fórmula pois se substituirmos (xv) na equação obtemos (yv)

prej. = $-2.(4)^2 + 16.(4)$
prej. = $-32 + 64$
prej. = 32

$\cancel{64}.(1 - i) = \cancel{32}$
$2 - 2i = 1$
$2i = 1$
$i = 0,5$ ou 50%

Ex.2 – Numa loja decidiu fazer uma promoção na venda de determinado produto compre (n) unidades e ganhe (n/2) % de desconto. o número máximo de unidades que podem ser compradas por um único cliente é 160. calcule o máximo que uma pessoa pagará comprando uma única vez.

Solução :

n = nº de quantidades compradas
qp = quantidade de objetos pagos

n (100% - 1) = qp

$n\ (100\% - \frac{n}{2}\ \%) = qp$

$n\ (1 - \frac{n}{200}) = qp$

$n - \frac{n^2}{200} = qp$

$nv = \frac{-b}{2\,a}$

$n = \frac{-1}{2(\frac{-1}{200})}$

$nv = 100$ comprou 100 objetos

$qp = \frac{- (100)^2}{200} + 100$

$qp = -50 + 100$

$qp = 50$ objetos pagou 50 objetos

b) Uma pessoa que comprou 80 unidades pagou quantos objetos ?

$qp = \frac{- n^2}{200} + n$

$qp = \frac{- (80)^2}{200} + 80$

$qp = \frac{- 6400}{200} + 80$

$qp = - 32 + 80$

$qp = 48$ objetos

c) uma pessoa que leva para casa o máximo permitido (160 unidades), pagará o mesmo valor que pagaria se levasse apenas 40 unidades ?

$qp = \frac{- n^2}{200} + n$

$qp = \frac{- (160)^2}{200} + 160$

$qp = \frac{25600}{200} + 160$

$qp = \frac{- n^2}{200} + n$

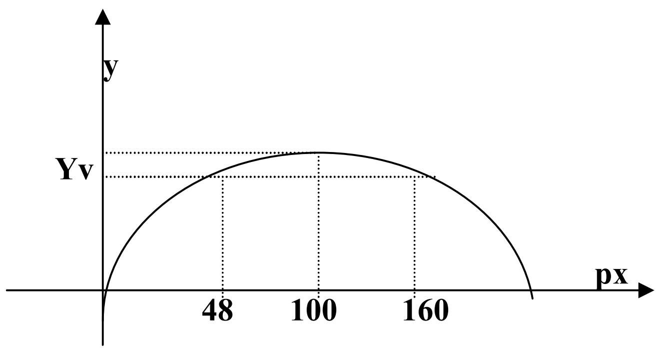
$qp = \frac{- (40)^2}{200} + 40$

$qp = - \frac{1600}{200} +40$

qp = - 128 + 160 qp = -8 + 40

qp = 32 objetos qp = 32 objetos

Gráfico



Porcentagem desconto em regime inflacionário

Ex.1- Comprei uma mercadoria hoje pelo preço (p) e daqui alguns meses devolveremos o preço (p) pago pela mercadoria. sabe-se que a taxa de inflação mensal é (i), pergunta-se qual deveria ser o desconto se a mercadoria fosse comprada à vista ?

hoje 1 2 3 ....n

p – d = valor pago

p (1 – i) = valor pago

d (1 + i) = p

$$d = \frac{p}{(1 + i)}$$

$p\ (1 - id) = p - d$

$p\ (1 - id) = p - \frac{p}{(1 + i)}$

$id = \frac{1}{(1 + i)}$

Ex.2- Uma certa loja faz a seguinte promoção : compre sua televisão hoje por cz$ 142,805 e nós lhe devolveremos o dinheiro daqui há 4 meses. se a taxa de inflação é 30% ao mês, qual o desconto que está sendo oferecido ?

Solução:

p	**p**
0	**4**

Seja o desconto a vista (d) cruzados, então capitalizando (d) cruzados durante 4 meses com a taxa i = 30%, vamos obter o preço (p) que será devolvido.

Então :

$d\ (1 + 0{,}3)^4 = p$

$d\ (1{,}3)^4 = p \qquad d = \frac{p}{(1{,}3)^4}$

p – d = valor pago

se dermos um desc. único em (p) iremos obter o valor pago (p)

$p\ (1 - i) = \text{valor pago}$

$p\ (1 - id) = p - \frac{p}{(1{,}3)^4}$

$p\ (1 - id) = p \cdot 1 - \frac{1}{(1{,}3)^4}$

$1 - id = 1 - \frac{1}{(1{,}3)^4}$

$id = \frac{1}{(1{,}3)^4} - \ .\ 1$

$id = \frac{100\%}{(1{,}3)^4}$

$$id = \frac{100\%}{2,85}$$

$id = 35\%$

Ex.3- Um fabricante de televisores oferece como “vantagem “ a devolução do dinheiro pago pelo seus produtos dois anos após a compra.sabe-se que com inflação anual de 900%, se ao invés de devolver o dinheiro o fabricante desse,no ato da compra, um desconto equivalente ao dinheiro a ser devolvido, de quanto porcento deveria ser esse desconto?
Solução :

p		p
0	1	2 anos

$d\,(1 + da)^2 = p$
$d\,(1 + 900\%)^2 = p$
$d\,(1 + 9)^2 = p$
$d = \frac{p}{10^2}$

$p - d =$ valor pago
$p\,(1 - id) =$ valor pago
$p\,(1 - id) = p - \frac{p}{100}$
$\cancel{p}\,(1 - id) = \cancel{p}\,(1 - \frac{1}{100})$
$\cancel{1} - id = \cancel{1} - \frac{1}{100}$
$id = \frac{1}{100} \cdot 100$

$id = 1\%$

Ex.4 – Um vendedor propós a um comprador de determinado produto as seguintes alternativas.

a) Pagamento à vista com 65% de desconto sobre o preço de tabela
qual dessas alternativas ´s mais vantagem para o comprador, considerando-se que ele consegue com uma aplicação de 30 dias um rendimento de 25%
Solução :

O preço do produto é fixo no decorrer do tempo

1º opção

p
1

d = 65% . p
preço pago à vista = 35%.p

2ª opção

p
0______________
1

d = 55% . p valor pago = 45% .p
pergunta : que preço à vista a taxa i = 25% em 1 mês produz 45%.p
x = (100% + 25) = 45%
x = 36%

preço pago à vista comparando com a 2ª opção
35% . p < 36% . p   mais vantajoso 1ª opção

Ex5- Uma loja oferece duas opções de pagamento na compra de qualquer objeto .
uma à vista com 20% de desconto, e a outra em 3 parcelas iguais sem acréscimo, sendo a primeira no ato da compra. uma pessoa ao invés de pagar à vista e aproveitar os 20% de desconto opta por pagar apenas a primeira parcela e aplicar a parte restante do dinheiro no mercado financeiro

a) A que taxa mensal esse dinheiro deve ser aplicado para que a opçaõ dessa pessoa seja a mais vantajosa?
Solução :

1ª opção: desconto à vista = 20%.p

2ª opção: pagando $\frac{p}{3}$ sobraram $\frac{2}{3} . p$ esse valor aplicado a taxa (i)
iremos obter $\frac{2}{3} (1 + i)$ no final do primeiro mês tirando deste
valor a 2ª prestação $\frac{p}{3}$. obtemos :
$[\frac{2}{3} .p (1 + i) – \frac{p}{3}]$
colocando $\frac{p}{3}$ em evidência $\frac{p}{3} [2 (1 + i) –1] = \frac{p}{3} . (21 + 1)$
reaplicando por mais um mês a taxa (i) obtemos :
$\frac{p}{3} . (21 + 1) (1 + i)$ deste valor vamos tirar a 3ª prestação
$\frac{p}{3} . (21 + 1)(1+i) – \frac{p}{3}$ = lucro
$\frac{p}{3} [21+ 3i]$ = lucro final 2º mês

vamos pegar o desconto de 20%.p do pagamento à vista e capitalizá-lo durante 2 meses a taxa (i)

$20\%.p\,(1 + i)^2$ final do 2º mês

agora vamos comparar:

$$\frac{p}{3}.(2i^2 + 3i) > 20\%\, p.(1 + i)^2$$

$$\frac{p}{3}.(2i^2 + 3i) > \frac{p}{5}.(1 + i)^2$$

$$5.(2i^2 + 3i) > 3.(1 + i)^2$$

$$10i^2 + 15i > 3 + 6i + 3i^2$$

$$7i^2 + 9i - 3 > 0$$

$$i = \frac{-9 + 165}{14}$$

-1,56 0,27

0 i > 27%

i = 0,27

i = - 1,56

= i > 0

Diversos exercícios

Ex1.- Um jogo eletrônico funciona da seguinte maneira:
no início de uma série de partidas, a máquina atribuiu ao jogador (p) pontos; em cada partida o jogador ganha ou perde a metade dos pontos que tem no início da partida.
pergunta-se:

a) Se uma pessoa jogar uma série de duas partidas nas quais ele ganha uma e perde outra. quantos pontos terá no final ?
Solução

quando ele ganha, aumenta - 50%
quando ele perde, diminui – 50%
p. (100% + 50%) final da 1ª partida

p. (150%) (100% - 50%) final da 2ª partida

$$p.\frac{3}{2}.\frac{1}{2} = \frac{3p}{4}$$

b) se uma pessoa jogar uma série de quatro partidas nas quais ela perde "duas" vezes e ganha "duas vezes.
quantas partidas terá no final?
solução:

g.g.p.p
p.(100% + 50%) (100% + 50%) (100% - 50%) (100% - 50%)

$p.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{9.p}{16}$

c) se uma pessoa jogar uma série de sete partidas, qual o menor número de vitórias ele precisará obter para terminar com mais que (p) pontos ?
solução

$\frac{x}{g\ g}$ $\frac{7x}{p\ p}$

$p.(100\% + 50\%)^x . (100\% - 50\%)^{7-x} > p$

$(150\%)^x . (50\%)^{7-x} > 1$

$(3 . 50\%)^x . (50\%)^{7-x} > 1$

$3^{\cancel{x}} . 50\% . 50\%^{7-\cancel{x}} > 1$

$3^x . 50\%^7 > 1$

x e in

$3^1 = 3$; $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4 = 81$; $3^5 = 243$

$3^x > 2^7$ 243 > 125 x=5

$3 > \frac{1}{50\%}$

$3 > \frac{1}{(1/2)}$

$3 > \frac{1}{2}$

3 > 2

ex.2-

índice	**no mês**	**no ano**	**últimos 12 meses**
dez/89 = 100			
março 535,09	**81,32**	**435,09**	**6231,32**
abril 595,73	**11,33**	**495,73**	**6602,34**
maio 649,72	**9,08**	**549,79**	**6383,43**

pergunta-se:

A taxa de variação percentual do índice geral dos preços da fundação Getúlio Vargas, no bimestre “janeiro/fevereiro/de 1990”
foi de aproximadamente:

Lembrete: O valor do índice corresponde ao seu valor no final de cada mês e que também é o mesmo índice no início do próximo mês.
final de dez = 100 início de janeiro = 100
final de março = 535,09

7^2 jan. **7março** **30 março**

100 (1 + ib) (1 + 0,8132) = 535,09

$$1 + ib = \frac{5,3509}{1,8132}$$

1 + i b = 2,95
ib = 1,95 . 1
ib = 1,95 . 100%
ib = 195%

Ex. 3- Uma mercadoria cujo preço de tabela é r$8.000,00 e vendida à vista com desconto de x%, ou em duas parcelas iguais de r$4000,00
sendo a primeira no ato da compra e a segunda um mês após a compra. suponha que o comprador depois do dinheiro necessário para pagar à vista e que ele sabe que a diferença entre o preço
À vista e a primeira parcela, pode ser aplicada no mercado financeiro a uma taxa de 25% ao mês.
Nessas condições, pergunta-se

a) Se x= 25%; será vantajosa para ele a compra a prazo ?

Solução :

à vista **parcelada**

p = 8.000 **4000** **4000**

d = 15% . 8.000

d = 1.200 **que capital à 25% ao mês gera 4.000**

c (125%) = 4.000

$$c \cdot \frac{5}{4} = 4.000$$

c = 3200

Então sobraram 800. no início do mês. conclusão:
à vista sobram 1.200 ; parcelado 800.
logo à vista é mais vantajoso

b) Qual o desconto que torna indiferente comprar à vista ou à prazo ?
Solução :

à vista
p = 8.000

d = 8.000 . x
800 = 8.000.x

x = 0,1 ou x = 10%

parcelado

4000 4000

0 1 mês depois

quanto eu devo aplicar hoje para obter 4000, em um mês a 25%
c. (125%) = 4000
c = 3200

conclusão: com 3200 a 25% no final do mês em liquido a prestação sobrando 800, será indiferente se desc = sobra

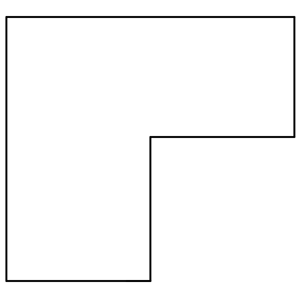
Ex.4- Considere os seguintes dados, obtidos em 1996 pelo censo do ibge.

a) A distribuição da população por grupo de idade é

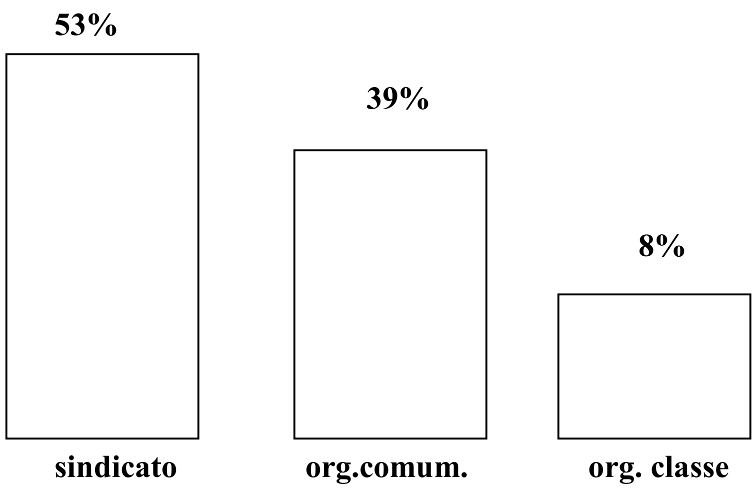
idade	nº de pessoas
de 04 à 14 anos	**37.049.723**
de 15 à 17 anos	**10.368.618**
de 18 à 49 anos	**73.644.508**
de 50 ou mais	**231.100.079**

b) As porcentagens de pessoas maiores de 18 anos filiados ou não à sindicatos, orgãos comunitários, orgãos de classe são:

69% não filiados **31% filiados**



c) as porcentagens de pessoas maiores de 18 anos, filiadas à sindicatos, orgãos comunitários e orgãos de classe são :



Pergunta-se: qual o número de pessoas maiores de 18 anos filiadas a orgãos comunitários aproximadamente ?
solução

nº pessoas maiores 18 anos : 73.644.508 + 23.110.079 = 96.754.587
filiados = 31%.96.754.587
filiados a org. comunit. = 39% . 31% . 96.754.587
fil. a org. comunt. = 11.697.629 = 11.700.00

Ex.5- Numa universidade, no vestibular passado houve uma média de (8) candidatos por vaga oferecida. neste ano com um aumento de 20% no número de candidatos e de (t%) no número de vagas, a relação mídia de candidatos por vaga passou a ser 7,5.
O valor de (t) é ?
Solução :

obs: a preposição "por" significa divisão

$$\frac{c}{v} = 8$$

candidatos aumentou 20% **o nº de vagas aumentou (t%)**
c.(100% + 20%) **v.(100% + t%)**
c.(1,2)
então a nova relação será:

$$\frac{1{,}2.c}{(1 + t).v} = \frac{15}{2}$$

substituindo $\frac{c}{v}$ **por 8**

$$\frac{1{,}2}{(1 + t)} . 8 = \frac{15}{2}$$

$$\frac{12}{10\,(1+t)} \cdot 8 = \frac{15}{2}$$

$$\frac{6}{5\,(1+t)} \cdot 8 = \frac{15}{2}$$

$$\frac{48}{5\,(1+t)} = \frac{15}{2}$$

25.(1 + t) = 32
25 + 25t = 32
25t = 7

$$t = \frac{7}{25} \cdot 100\%$$

t = 28%

Ex.6- Uma escola de ensino médio tem 250 alunos que estão matriculados na 1ª, 2ª e 3ª série, 32% dos alunos são homens e 40% dos homens estão na 1ª série, 20% dos alunos matriculados estão na 3ªsérie, sendo 10 alunos homens dentre os alunos da 2ª série o número de mulheres é igual ao número de homens.

	1ª	2ª	3ª	total
mulher	a	b	c	a + b + c
homem	d	e	f	d + e + f
total	a + d	b + e	c + f	250

Calcule o número de mulheres da 1ª série
Solução:

1) a + b + c +d + e +f = 250

2)d + e + f = 32% . 250
d + e + f = 80

3)d = 40% . 80
d = 32%

4) c + f = 20% . 250
c + f = 50

5) f = 10
c = 40

6) b = e
b = 38

7) d + e + f = 80
32 + e + 10 = 80

8) a + b + c   d + e + f = 250
a + 38 + 40 + 32 +38 +10 = 250

e = 38

a + 158 = 250
a = 92

Ex.7- O crescimento anual das exportações de um país em um determinado ano é medido tendo-se por base o valor total das exportações do ano imediatamente anterior. supondo que o crescimento das exportações de um país foi de 12% em 1996 e de 8% em 1997; julgue os itens abaixo:

1) o valor total das exportações em 1996 foi igual a 1,2 vezes o valor correspondente em 1997.
solução:

95 96 97

batizando de (x) o valor das exportações no final de 95; então no final de 96
x (1 + 0,12) = f96
1,12x = f96
$$\frac{f96}{f95} = \frac{1,12.x}{x} = 1,12$$

conclusão: o valor das exportações no final de 96 é 1,12 vezes o valor 95.

2) Diminuindo-se 8% do valor total das exportações ocorridas em 1997 obtém-se o valor total das exportações o corridas em 1996.
Solução:

95 12% 96 8% 97

x.(1,12) (1,08) = f97
diminuindo 8% de f97 obtemos
x.(1,12).(1,08).(0,92) será que este valor é mesmo do final de 96 ?
f96 = 1,12 ???
x.(1,12).(1,08).(0,92) = 1,12x
1,08.0,92 1 falso

3) Que valor percentual deveríamos diminuir no valor total das exportações ocorridas em 97 para obtermos o mesmo valor das exportações em 96.
Solução :

f97 = x . (1,12).(1,08) diminuindo x%
x.(1,12). (1,08) (1-x) = 1,12x

fx

$1 - x = \dfrac{1}{1{,}08}$ $\quad x = 1 - \dfrac{1}{1{,}08}$

$x = \dfrac{0{,}08}{1{,}08}$ $\quad x = \dfrac{8}{108} = \dfrac{2}{27} \cdot 100\%$

x = 7,4%

4) Em 1997 o valor total das exportações foi de (20%) maior que a de 1995
Solução:

1995 = x
1997 = x.(1,12) (1,08) = 1,2086x **então a diferença:**
1,2086x – x = 0,2086x
x = 20,86%x

5) O crescimento do valor das exportações durante o biênio
(96/97) equiva-se, a um aumento anual constante inferior a 10% ao ano, durante o mesmo período
solução:

95 **12%** **96** **8%** **97**

x

f97 = x.(1,12) (1,08)

Qual deverá ser a taxa constante de crescimento ?

95 **i%** **96** **i%** **97**

x.(1 + i) (1 + i) = f97

igualando

x.(1 + i)² = 1,12 . 1,08x

1 + i = 1,12 . 1,08

1 + i = 1,2096

1 + i = 1,0998

i = 9,98%