

MATEMÁTICA

Aula 6 FUNÇÕES

TÓPICOS

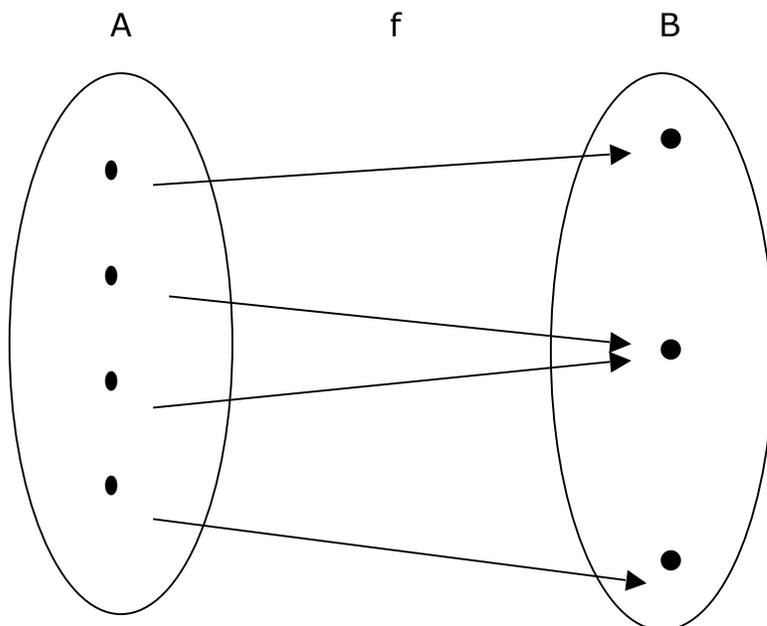
- Sobrejetora, Injetora e Bijetora
- Função Composta
- Função Inversa

FUNÇÃO SOBREJETORA

Definição:

$f : A \rightarrow B$
 f é sobrejetora $\iff \forall y \in B$, existe $x \in A$
tal que $f(x) = y$.

“Não sobram elementos no contradomínio B”.



$\text{Im}(f) = \text{contradomínio B}$

FUNÇÃO INJETORA

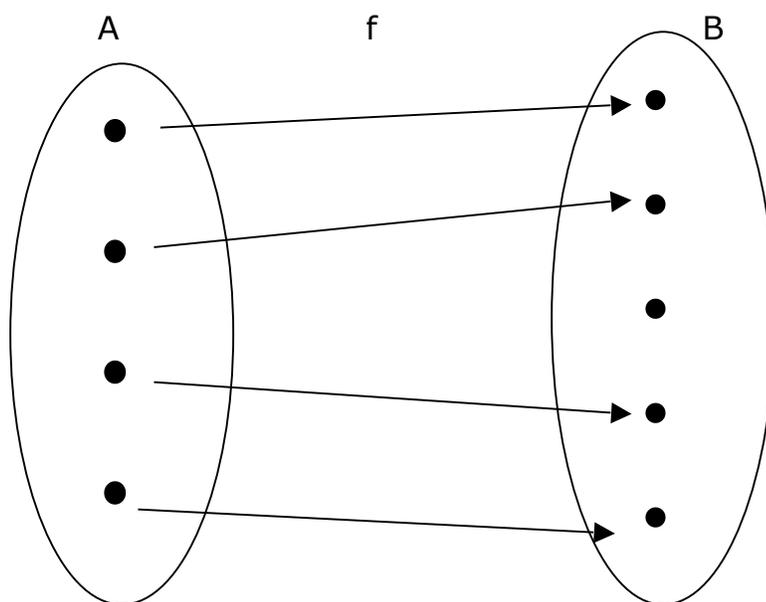
Definição:

$f : A \rightarrow B$

f é injetora $\iff \forall x_1, x_2 \in A$

se $x_1 \neq x_2 \iff f(x_1) \neq f(x_2)$

“Elementos diferentes se associam a imagens diferentes”.



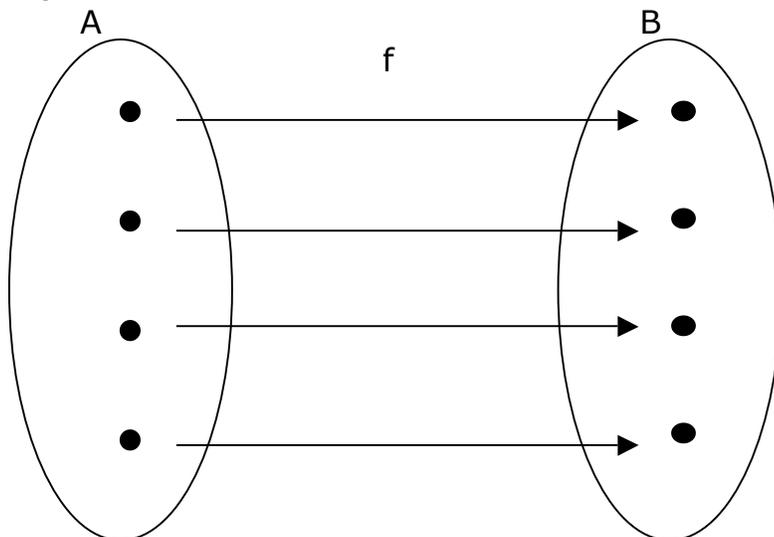
f injetora : $x_1 \neq x_2 \iff f(x_1) \neq f(x_2)$

FUNÇÃO BIJETORA

Definição:

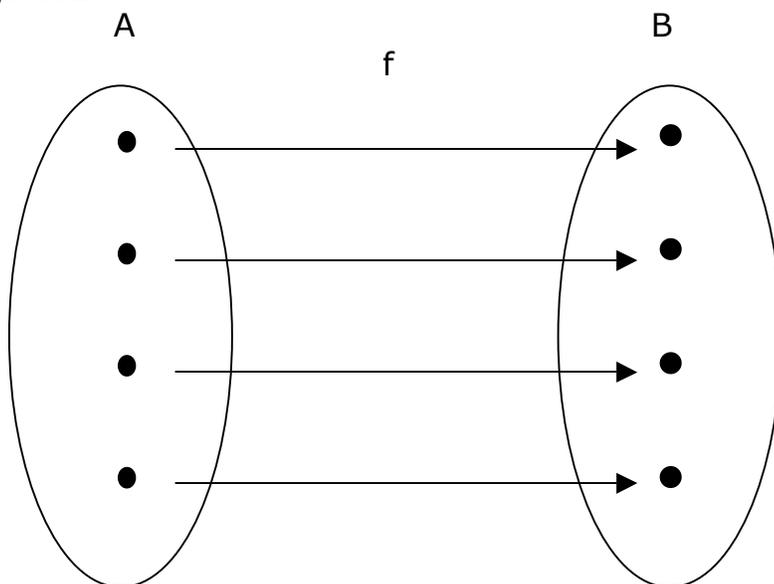
$f : A \rightarrow B$
 f é bijetora \iff f é sobrejetora e injetora.

i) É sobrejetora

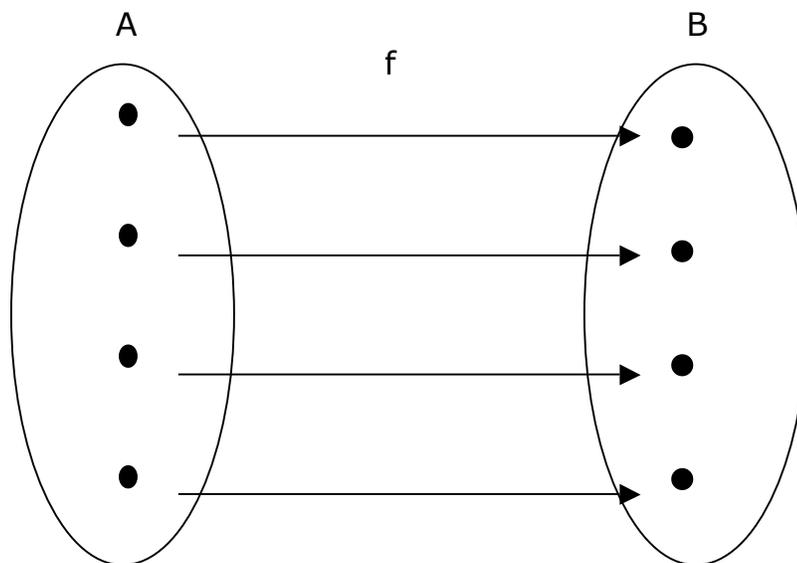


\iff $\text{Im}(f) = \text{contradomínio } B$

ii) É injetora



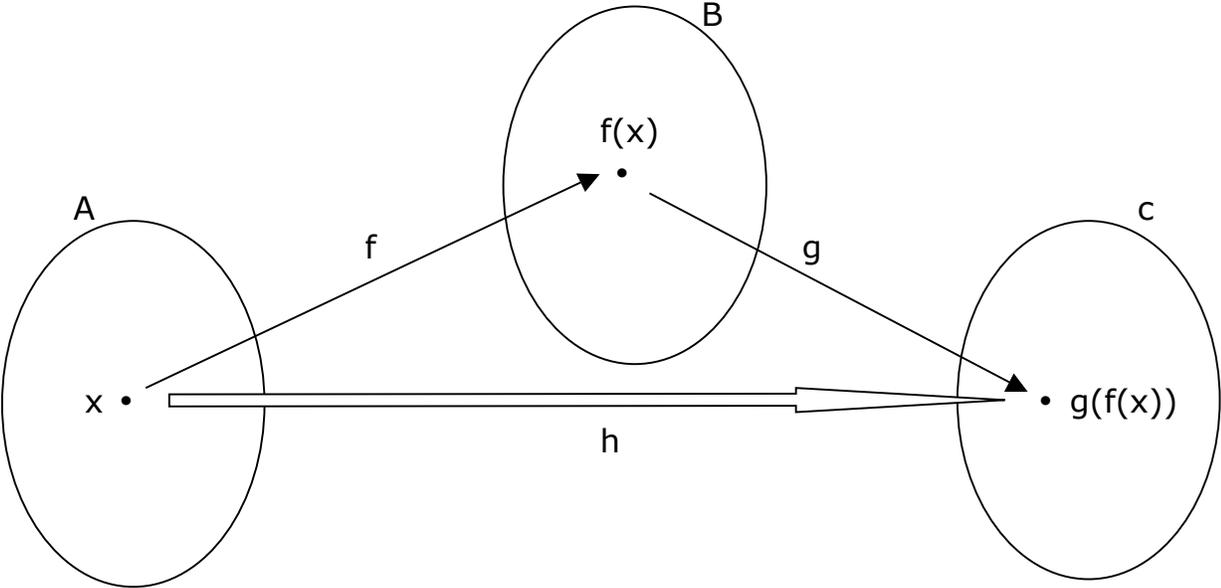
\iff Se $x_1 \neq x_2 \iff f(x_1) \neq f(x_2)$



f bijetora : Sobrejetora
 Injetora

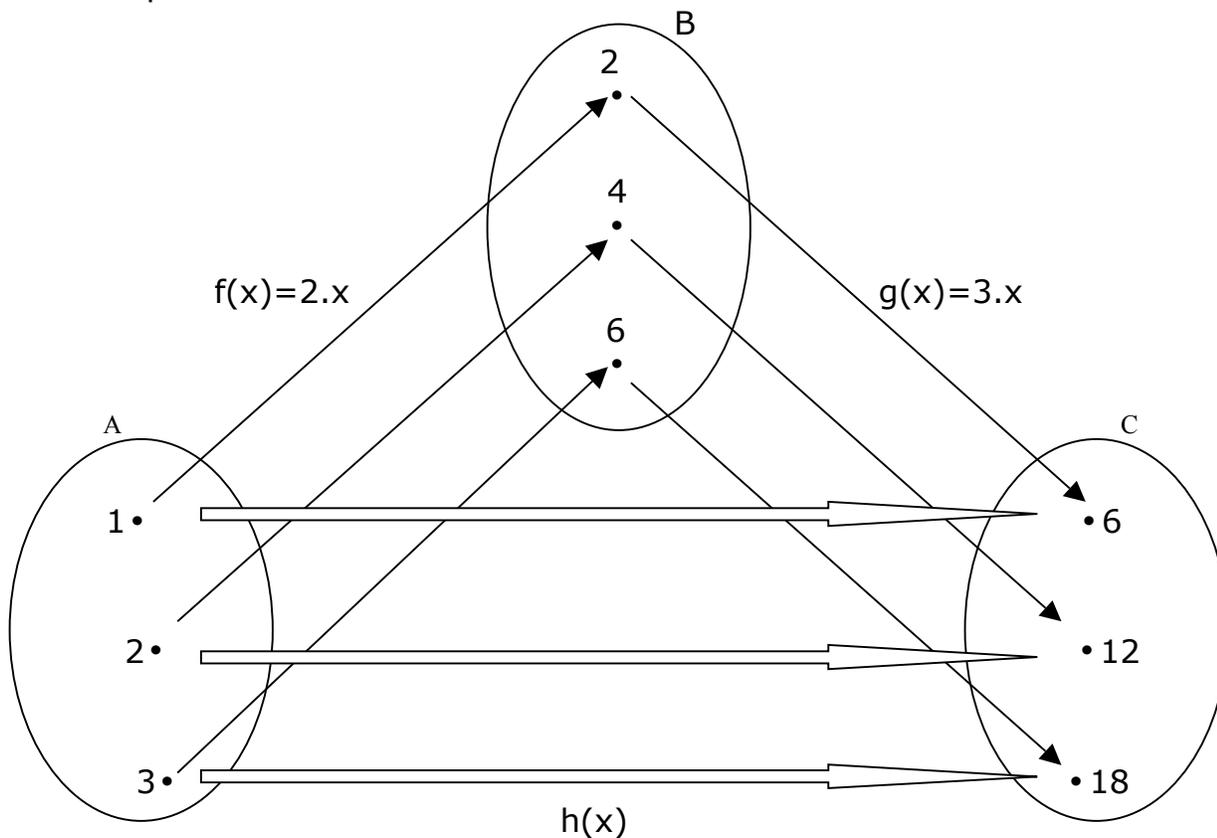
FUNÇÃO COMPOSTA

Função h capaz de levar diretamente de A para C, sem passar por B, isto é, numa única etapa.



Notação: $h(x) = g(f(x)) = (g \circ f)(x)$ lê-se "g" de "f" de x ou g bola f(x).

Exemplo:



Obtenção da composta:

$$g(x) = 3 \cdot x$$

$$g(f(x)) = 3 \cdot f(x)$$

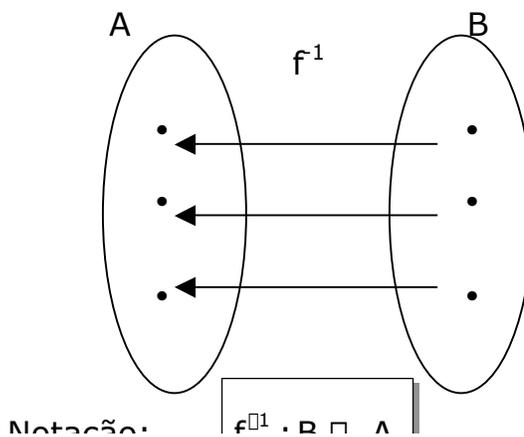
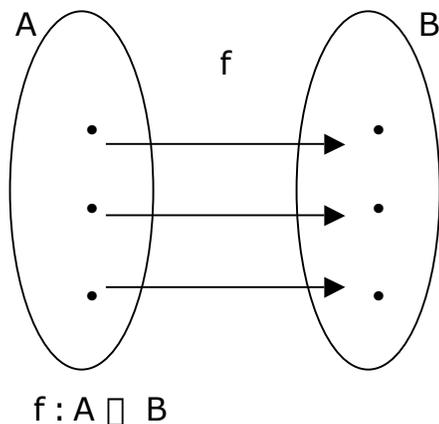
$$g(f(x)) = 3 \cdot 2x$$

$$g(f(x)) = 6 \cdot x$$

$h(x) = 6 \cdot x$

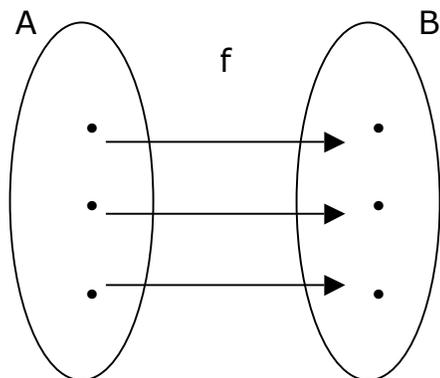
FUNÇÃO INVERSA

Seja f uma função bijetora de A em B .
 Existe uma função capaz de nos levar de B para A . Essa função é a inversa.

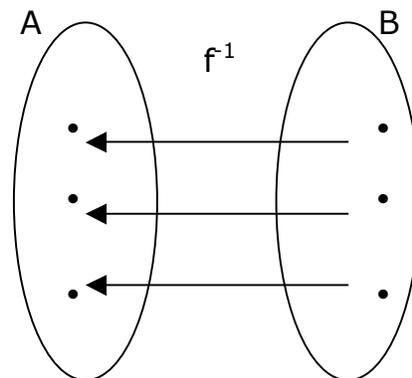


Notação: $f^{-1}: B \rightarrow A$

Observações:

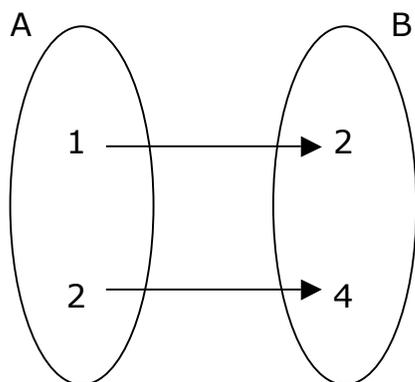


$$\begin{array}{l} D = A \\ \text{Im} = B \end{array}$$

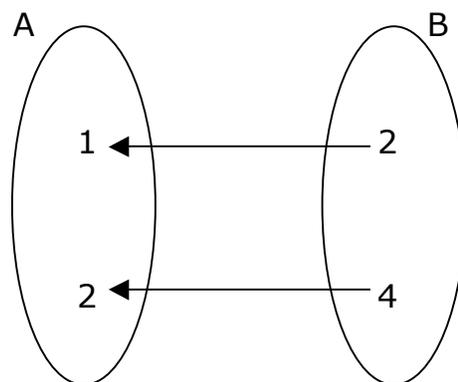


$$\begin{array}{l} D = B \\ \text{Im} = A \end{array}$$

Exemplo:



$$\begin{array}{l} f : A \rightarrow B \\ x \mapsto y = 2 \cdot x \end{array}$$



$$\begin{array}{l} f^{-1} : B \rightarrow A \\ x \mapsto y = \frac{x}{2} \end{array}$$

“Se a função dobra um número do domínio, a inversa dividi por dois”.

Obtenção formal da inversa:

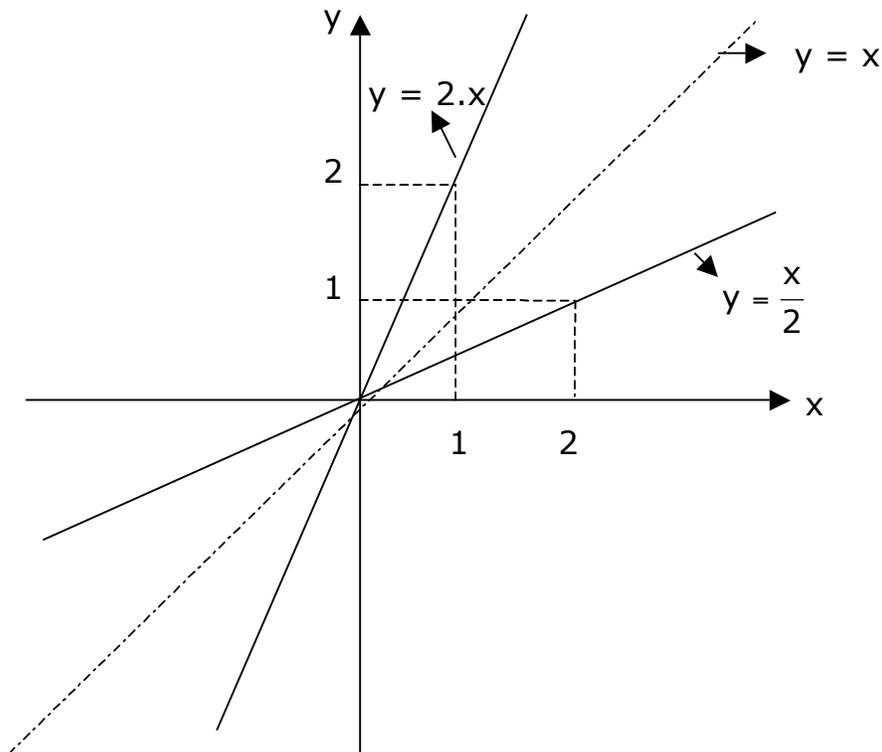
Seja a função $y = 2.x$

I) Trocar x por y e y por x : $x = 2.y$

II) Isola-se o y : $2.y = x \Rightarrow y = \frac{x}{2}$

INVERSA f^{-1}

Graficamente verifica-se uma simetria entre o gráfico da função e o gráfico da inversa. São simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares, isto é, a reta $y=x$.



Exercícios:

1) Dadas as funções f e g de \mathbb{R} de \mathbb{R} , sendo $g(x) = 4x - 5$ e $f(g(x)) = 13 - 8x$, obter $f(x)$.

2) Obtenha a inversa da função bijetora $y = 2x - 3$, e represente num mesmo diagrama função e inversa.

Resoluções:

1)

$$g(x) = 4x - 5$$

$$g(x) + 5 = 4x$$

$$4x = g(x) + 5$$

$$x = \frac{g(x) + 5}{4}$$

$$f(g(x)) = 13 - 8 \cdot x$$

$$f(g(x)) = 13 - 8 \cdot \frac{g(x) + 5}{4}$$

$$f(g(x)) = 13 - 2 \cdot [g(x) + 5]$$

$$f(g(x)) = 13 - 2 \cdot g(x) - 10$$

$$f(g(x)) = 3 - 2 \cdot g(x)$$

$$f(x) = 3 - 2 \cdot x$$

2)

$$y = 2 \cdot x - 4$$

I) $x = 2 \cdot y - 4$

II) $x + 4 = 2 \cdot y$

$$2 \cdot y = x + 4$$

$$y = \frac{x + 4}{2}$$

$$f^{-1} = \frac{x + 4}{2}$$

x	f
0	-4
2	0

