

MATEMÁTICA – AULA 4
ÁLGEBRA
CONJUNTOS

1 - Conceito de Conjunto

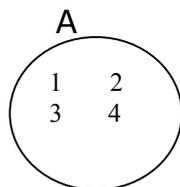
Conjunto é um conceito primitivo, e portanto, não tem definição.

Representação

O conjunto pode ser representado de três maneiras diferentes:
Por uma propriedade, na forma tabular ou pelo diagrama de Venn-Euler.

Exemplo:

- Propriedade $A = \{ x \in \mathbb{N} / x \leq 3 \}$
- Forma tabular $A = \{ 0; 1; 2; 3 \}$
- Diagrama de Venn-Euler



2 – Elemento

Elemento é qualquer componente do conjunto

O símbolo \in significa pertence (elemento)

" $x \in A$ " (x pertence a A ou x é elemento de A)

O símbolo \notin significa **não** pertence (**não** é elemento)

" $x \notin A$ " (x **não** pertence a A ou x **não** é elemento de A)

Exemplo 1:

Dado o conjunto $B = \{ 2; 3; 7; 9 \}$

$2 \in B$ (2 pertence a B ou 2 é elemento de B)

$3 \in B$ (3 pertence a B ou 3 é elemento de B)

$4 \notin B$ (4 não pertence a B ou 4 não é elemento de B)

Exemplo 2:

Dado o conjunto $S = \{ 1; 2; \{2\} \}$

$1 \in S$

$\{ 1 \} \notin S$

$2 \in S$

$\{ 2 \} \in S$

Note que $\{ 2 \}$ é um dos elementos do conjunto S

3 - Subconjunto ou parte

Subconjunto é um conjunto formado com elementos do conjunto original.

O símbolo \subset significa esta contido
 $B \subset A$ significa B esta contido em A (B é subconjunto de A)
O símbolo $\not\subset$ significa **não** esta contido
 $B \not\subset A$ significa B **não** esta contido em A (B **não** é subconjunto de A)

Exemplo 1:

Dados os conjuntos

$$A = \{ 1; 2; 3; 6; 7 \}$$

$$B = \{ 1; 2; 3 \}$$

$$C = \{ 1; 7 \}$$

$$D = \{ 1; 5 \}$$

$B \subset A$ (B esta contido em A ou B é subconjunto de A)

$C \subset A$ (C esta contido em A ou C é subconjunto de A)

$D \not\subset A$ (D **não** esta contido em A ou D **não** é subconjunto de A)

Obs.1: Podemos, também, representar $A \supset B$ (A contém B)

Obs.2: Conjunto vazio é um conjunto que não possui nenhum elemento e é representado por $\{ \}$ ou \emptyset

Exemplo 2:

Dado o conjunto $S = \{ 1; 2; \{ 2 \} \}$

$$\{ 1 \} \subset S$$

$$\{ 2 \} \subset S$$

$$\{ \{ 2 \} \} \subset S$$

$$\{ 1; 2 \} \subset S$$

$$\{ 1; \{ 2 \} \} \subset S$$

Exemplo 3:

Dado o conjunto $A = \{ 1; 2; 3 \}$, escrever todos os subconjuntos de A.

Resolução:

$$\{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 1; 2 \}, \{ 1; 3 \}, \{ 2; 3 \}, \{ 1; 2; 3 \}, \{ \}$$

Obs.1: Todo conjunto é subconjunto dele próprio

Obs.2: O vazio é subconjunto de qualquer conjunto

4 – Conjunto das partes

Conjunto das partes é o conjunto formado pelos subconjuntos de um conjunto.

O conjunto das partes do conjunto $A = \{ 1; 2; 3 \}$ é:

$$P(A) = \{ \{ 1 \}; \{ 2 \}; \{ 3 \}; \{ 1; 2 \}; \{ 1; 3 \}; \{ 2; 3 \}; \{ 1; 2; 3 \}; \{ \} \}$$

5 – Número de subconjuntos

Dado um conjunto com "n" elementos, o número de subconjuntos deste conjunto é dado por 2^n

Obs.: O número de elementos do conjunto das partes de um conjunto com "n" elementos também é dado por 2^n .

OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS:

1 - UNIÃO

A união de dois ou mais conjuntos é o conjunto formado pela junção de todos os elementos dos conjuntos.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$$A = \{1; 2; 3\} \text{ e } B = \{2; 3; 4; 5\}$$

$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

2 - INTERSECÇÃO

A intersecção de dois ou mais conjuntos é o conjunto formado pelos elementos comuns à todos os conjuntos.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$$A = \{1; 2; 3\} \text{ e } B = \{2; 3; 4; 5\}$$

$$A \cap B = \{2; 3\}$$

3 - SUBTRAÇÃO OU DIFERENÇA

A diferença entre dois conjuntos é o conjunto formado por todos os elementos que estão no primeiro conjunto e não estão no segundo, ou seja, por todos os elementos que estão "somente" no primeiro conjunto.

Exemplo:

Dados os conjuntos

$$A = \{1; 2; 3\} \text{ e } B = \{2; 3; 4; 5\}$$

$$A - B = \{1\}$$

$$B - A = \{4; 5\}$$

Obs.

Representando por:

$n(A)$ o número de elementos do conjunto A

$n(B)$ o número de elementos do conjunto B

$n(A \cap B)$ o número de elementos do conjunto $A \cap B$

$n(A \cup B)$ o número de elementos do conjunto $A \cup B$

Temos:

$$\mathbf{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

4 - PRODUTO CARTESIANO

O produto de dois conjuntos (PRODUTO CARTESIANO) é um conjunto formado por pares ordenados, em que, o primeiro elemento de cada par ordenado (x) sai do primeiro conjunto e o segundo elemento (y) sai do segundo conjunto.

Obs.: O produto cartesiano pode ser representado de três maneiras:

- 1) Forma tabular
- 2) Diagrama de flechas
- 3) Diagrama cartesiano

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{1; 2; 3\}$ e $B = \{4; 5\}$, represente $A \times B$ e $B \times A$

a) Na forma tabular

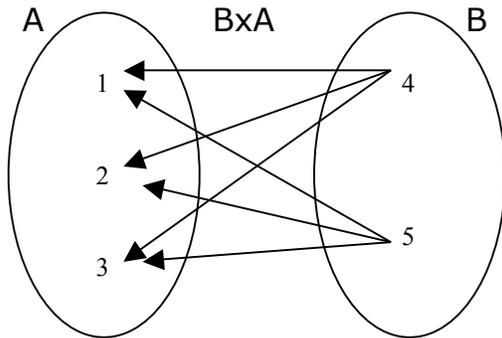
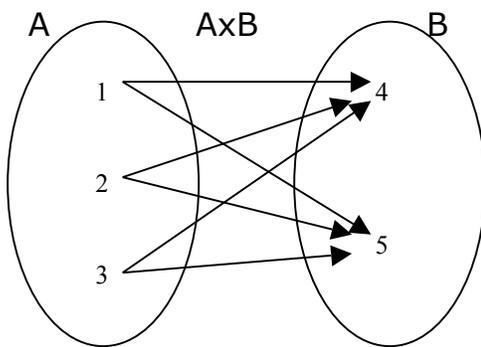
Resolução:

$$A \times B = \{(1; 4); (1; 5); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5)\}$$

$$B \times A = \{(4; 1); (4; 2); (4; 3); (5; 1); (5; 2); (5; 3)\}$$

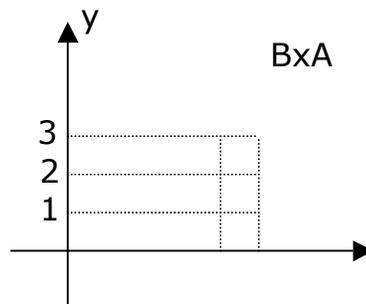
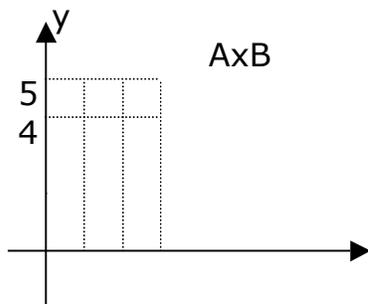
b) Pelo diagrama de flechas

Resolução:



c) Pelo diagrama cartesiano

Resolução:



$$n(A \cup B) = 30 + 40 + 40 = 110$$

O número de pessoas que não consomem nenhum dos produtos é

$$150 - 110 = 40$$

Resposta **a**

$$3) A = \{1; 2; \{3\}; 4; \{5; 6\}\},$$

a) - (**V**) $1 \in A$

b) - (**F**) $3 \in A$

c) - (**F**) $5 \in A$

d) - (**F**) $\{1\} \in A$

e) - (**V**) $\{3\} \in A$

f) - (**V**) $\{2\} \in A$

g) - (**V**) $\{1\} \in A$

h) - (**F**) $\{5; 6\} \in A$

i) - (**V**) $\{\{5; 6\}\} \in A$

j) - (**V**) $\{1; 2; \{3\}\} \in A$

k) - (**V**) $\{1; 2; 3\} \in A$

4) $n(A) = 10$

$$n(B) = 7$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 10 + 7 - 3 = 14$$

Resposta **d**